Hinweise[1] zu Blatt 7

Aufgabe 1

Vgl. Seiten 55/56 vom Skript.

Aufgabe 2

a. Betrachte zuerst f eingeschränkt auf das Komplement von N...
b. Vorgehen wie in Teil a.
c. Folge den Hinweis. Die Idee ist, das man dann N schreiben kann als $N = \bigcup \overline{A}_{1/n}$. Um zu zeigen, dass $\overline{A}_{2\varepsilon} \subseteq A_\varepsilon$, benütze zB eine "Dreiecks-Ungleichung-Argumentation".

Aufgabe 3

a. Teile auf in zwei Implikationen. Für die eine Richtung, definiere eine Kollektion von Mengen $\mathcal{B}_C$ und zeige, dass $\mathcal{B}_C$ ein σ-algebra ist, welches $\mathcal{A}$ wie auch C enthält.
b. Teile auf in zwei Implikationen. Für die eine Richtung, betrachte zuerst den Fall, dass $f : X \to \mathbb{R}$ nicht-negativ ist (für den allgemeinen Fall kann man f dann zerlegen als $f = f_+ - f_-$.) In dem nicht negativen Fall, nehme zuerst an, dass f eine einfache Funktion ist (eine Funktion heisst einfach wenn sie endlich viele Werte hat), und dann für eine allgemeine nicht-negative f, approximiere mit einfachen Funktionen (Vgl. Prop 3.3).

Aufgabe 4

Keine Tipps.

[1] Zuerst selber denken!