

# Hinweise<sup>1</sup> zu Blatt 12

## Aufgabe 1

Benütze Hölder (mit  $g = 1$ ) um zu zeigen, dass  $\|f\|_{p_2} \leq \mu(\Omega)^{1/p_1 - 1/p_2} \|f\|_{p_1}$  für alle  $p_1, p_2$  mit  $1 \leq p_2 \leq p_1 \leq +\infty$ . Betrachte  $p_1 = +\infty$ .

Um den Grenzwert zu zeigen, reduziere auf den Fall, dass  $\|f\|_\infty = 1$  und  $|f(x)| \leq 1$  für alle  $x \in \Omega$ . Betrachte dann die Mengen  $Y_\varepsilon = \{x \in \Omega : |f(x)| \geq 1 - \varepsilon\}$ .

## Aufgabe 2

a. Verwende Hölder.

c. Verwende Fubini um zu zeigen, dass  $\|\alpha\|_{L^{p'}(\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n)}^{p'} \leq \|g\|_q^q \|h\|_r^r$ , und ähnliche Abschätzungen für  $\beta$  und  $\gamma$ . Dann Folge dem Hinweis.

## Aufgabe 3

a. Aufgabe 2, a., kann benützt werden, mit der konstanten funktion "1" in der Rolle von "g".

## Aufgabe 4

---

<sup>1</sup>Zuerst selber denken!