Hinweise[1] zu Blatt 10

Aufgabe 1

b.

- vergesse nicht zu begründen wenn Fubini angewendet wird.
- Als Zwischenresultat erhalte man:

$$\int_0^R e^{-xt} \sin x dx = \frac{1}{1+t^2}[1 - e^{-R} \cos R - te^{-Rt} \sin R]$$

  Um das LDC Theorem anzuwenden kann dieser Ausdruck einfach abgeschätzt werden mittels Dreiecksungleichung.

Aufgabe 2

a. Setze $N_0 = \{x \in [0,1] \mid f \text{ nicht differenzierbar in } x\}$ und $N_1 = \{2^{-k}j \mid k \in \mathbb{N}, j = 0, 1, ..., 2^k\}$. Dann ist $N := N_0 \cup N_1$ eine Nullmenge. Zeige $g_k \to f'$ auf N^c.

b. Ein geeignetes (Gegen)beispiel befindet sich im Skript....

Aufgabe 3

a.
$\frac{1}{e^x-1} = \frac{e^{-x}}{1-e^{-x}}$ kann man, für $x > 0$, als geometrische Reihe schreiben...

b. Verwende teil **a.** und dominierte Konvergenz...

Aufgabe 4

b. Zusätzlich zum Hinweis auf dem Blatt:

- Folgere vom Satz von Egorov, dass eine Menge A_{m_0} existiert so, dass $\int_{A_{m_0}} |f| \leq \varepsilon$ und $\int_{A_{m_0}} |g| \leq \varepsilon$ und, dass $f_n \to f$ gleichmässig auf $A_{m_0}^c \cap B_{r_0}(0)$. Dann verwende teil **a.**

[1] Zuerst selber denken!

- Die Gesamtstrategie ist folgenede:

$$\begin{aligned}\left|\int f_n d\lambda - \int f d\lambda\right| \;\leq\; & \left|\int_{A_{m_0}\cup B^c_{r_0}(0)} f_n d\lambda\right| + \left|\int_{A_{m_0}\cup B^c_{r_0}(0)} f d\lambda\right| \\ & + \left|\int_{A^c_{m_0}\cap B_{r_0}(0)} f_n d\lambda - \int_{A^c_{m_0}\cap B_{r_0}(0)} f d\lambda\right|\end{aligned}$$

  und man schätze die drei Terme rechts ab.