

ANALYSIS III
HERBSTSEMESTER 2010

PROF. DR. A. S. CATTANEO

PROGRAMM

- (1) Differentialgleichungen: Lineare Differentialgleichungen; Variation der Konstanten. Differentialgleichungen mit getrennten Variablen. Lemma von GRONWALL. Satz von PICARD–LINDELÖF. Maximale Lösungen. Vektorfelder und Flüsse: [K1, 10], [K1, 13], [K2, 4]
- (2) Messbare Funktionen: σ -Algebren. Die BOREL-Algebra \mathbb{B} . Messbare Funktionen und Abbildungen. Rechenregeln. Approximationssatz für messbare nichtnegative numerische Funktionen: [B, 2]
- (3) Masse: Grundbegriffe und Beispiele. Das LEBESGUE-Mass auf \mathbb{B} . Massräume. Konvergenz f.ü. Signierte Masse: [B, 3]
- (4) Das Integral messbarer nichtnegativer numerischer Funktionen: Grundbegriffe und Rechenregeln. Der Satz von B. LEVI über die monotone Konvergenz. Das durch eine Funktion induzierte Mass. Die absolute Stetigkeit. Das Lemma von FATOU: [B, 4]
- (5) Das Integral: Integrierbare Funktionen. Das Integral und das unbestimmte Integral. Kriterien für die Integrierbarkeit. Rechenregeln. Der Satz von LEBESGUE über die majorisierte Konvergenz. Parameterabhängige Integrale. Anwendung: absolut integrierbare Reihen und Regelintegrale: [B, 5]
- (6) Erzeugung von Massen: Masse auf Algebren von Teilmengen. Das äussere Mass. Messbare Teilmengen. Die Erweiterungssätze von CARATHÉODORY und von HAHN. Beispiele: das LEBESGUE- und das LEBESGUE–STIELTJES-Mass: [B, 9] (ohne Darstellungssatz von RIESZ für den Raum der stetigen Funktionen)
- (7) Produktmasse: Messbare Rechtecke. Der Satz über Produktmasse. Schnitte von Teilmengen und von Funktionen. Monotone Klassen. Das CAVALIERISCHE Prinzip. Die Sätze von TONELLI und von FUBINI: [B, 10].
- (8) Das Lebesgue-Mass: Definition und Eigenschaften: [B, 11, 12, 13]. Translationsinvariante Masse: [E, III.2.1]. Beispiele von messbaren Mengen: BOREL-Mengen, insbesondere G_δ - und F_σ -Mengen: [B, 14]
- (9) Annäherungen von Lebesgue-messbaren Mengen: Annäherungen durch offene, G_δ -, abgeschlossene, F_σ - und kompakte Mengen: [B, 15]

- (10) Der Transformationssatz: Bilder von Nullmengen. Bilder von LEBESGUE-messbaren Mengen: [K2, 9.2]. Der spezielle Transformationssatz: [A3, IX.5: 5.25]. Die Bewegungsinvarianz des LEBESGUE-Masses: [E, III.2.2]. Der Transformationssatz: [E, V.4]. Polarkoordinaten, Integrale von rotationssymmetrischen Funktionen, Volumina von Kugeln: [K2, 8.5] + Notizen; der Satz von SARD (ohne Beweis): [E, V.4.2].
- (11) L_p -Räume: Seminormen und Quotienten. HÖLDERSche, CAUCHY-SCHWARZsche und MINKOWSKISCHE Ungleichungen. Vollständigkeit der L_p -Räume. Wesentlich beschränkte Funktionen und das wesentliche Supremum. Der L_∞ -Raum und seine Eigenschaften: [B, 6]; Dichtheit in L_2 der stetigen Funktionen mit kompaktem Träger.
- (12) Integration auf Untermannigfaltigkeiten: Volumina von Parallelotopen. Die GRAMSche Determinante. Integrale auf parametrisierten Untermannigfaltigkeiten. Untermannigfaltigkeiten, Parameterdarstellung, Karten, Parameter-Transformationen. Integrale auf Untermannigfaltigkeiten. Spezialfall: Graphen. Volumina von Sphären: [F3, 14].
- (13) Der GAUSSsche Integralsatz: Tangential- und Normalenvektoren. Kompakta mit glattem Rand. Das äussere Normalen-Einheitsvektorfeld. Das LEBESGUESche Lemma. Der GAUSSsche Integralsatz: [F3, 15].
- (14) Konvergenzbegriffe: gleichmässige Konvergenz, punktweise Konvergenz, Konvergenz f.ü., Konvergenz in L_p , Konvergenz nach Mass, fast gleichmässige Konvergenz und ihre Beziehungen. Satz von JEGOROFF: [B, 7] (ausser Satz von VITALI). Der Satz von LUSIN.

LITERATUR

- [K1] K. KÖNIGSBERG, *Analysis I*, 6. Auflage, Springer
- [K2] K. KÖNIGSBERG, *Analysis II*, 5. Auflage, Springer
- [B] R. G. BARTLE, *The Elements of Integration and Lebesgue Measure*, Wiley Classics Library.
- [A3] A. AMANN, *Analysis III*, Birkhäuser
- [E] J. ELSTRODT, *Maß- und Integrationstheorie*, Springer.
- [F3] O. FORSTER, *Analysis 3*, Vieweg
- Weiter empfohlene Literatur:
- [1] A. AMANN, *Analysis II*, Birkhäuser
- [2] A. AMANN, *Gewöhnliche Differentialgleichungen*, de Gruyter
- [3] O. FORSTER, *Analysis 2*, Vieweg